TAREA INTEGRADA 1º Bach. MATEMÁTICAS

Esta tarea está basada fundamentalmente en el artículo

https://www.investigacionyciencia.es/revistas/investigacion-y-ciencia/una-crisis-csmica-798/cmo-modelizar-una-pandemia-18561

que se ha simplificado, adaptándolo a los conocimientos de Bachillerato

TÍTULO: La pandemia de COVID-19

La pandemia de COVID-19, enfermedad provocada por el coronavirus SARS-COV-2 , constituye la crisis global sanitaria más seria a la que se ha enfrentado la humanidad desde la gripe de 1918.

Dentro de las herramientas usadas para luchar contra el virus, las matemáticas también han jugado un papel relevante, ya que nos permiten hacer algunas predicciones interesantes sobre el desarrollo de la pandemia.

1. MODELO SIR

El modelo principal que se utiliza como base para estudiar la propagación de una enfermedad infecciosa fue elaborado en 1927 por el bioquímico William Ogilvy Kermack (1898-1970) y el médico Anderson Gray McKendrick (1876-1943) y se denomina modelo **SIR.**

El trabajo de estos autores, junto con las investigaciones pioneras del médico Ronald Ross (1857-1932) y de la matemática Hilda Hudson (1881-1965), supuso el comienzo de la **Epidemiología Matemática.**

El modelo se llama **SIR** porque sus letras quieren decir**:**

S: Susceptibles de ser infectados (población vulnerable)

I: Infectados

R: Recuperados (en principio no podrían volver a tener la enfermedad)

El modelo trata de calcular el número de individuos de la población total **N** en cada uno de los grupos arriba citados.

$$N = S + I + R$$

La deducción del modelo no es muy complicada, pero las ecuaciones diferenciales que aparecen en él sí lo son y de manera general se resolverán con métodos matemáticos avanzados y ordenador. Sin embargo, de los modelos se pueden deducir algunas ideas muy útiles.

Por ejemplo, al principio de la epidemia de Coronavirus la fórmula para el número de infectados es una exponencial:

$$I(t) = I(0)\, e^{at}$$

Donde a es mayor que cero , a>0, y puede ser distinto en cada país.

En España a= 0.32

En Japón a= 0.085. [FUENTE DE LOS DATOS: CENTRO EUROPEO PARA LA PREVENCIÓN Y EL CONTROL DE ENFERMEDADES,

www.ecdc.europa.eu/en/publications-data/download-todays-data-geographic-distribution-covid-19-cases-worldwide]

I(0) es el número de infectados inicialmente.

Tomando para este ejercicio I(0)=100. Completa la siguiente tabla con tu calculadora

País	t (días)	I(t) Número de infectados
España	10	$I(10) = 100\, e^{0{,}32\cdot 10}$= 2453
Japón	10	$I(10) = 100\, e^{0.085\cdot 10}$=
España	30	$I(30) = 100\, e^{0{,}32\cdot 30}$ =1 476 478
Japón	30	$I(30) = 100\, e^{0{,}085\cdot 30} =$

Estamos calculando, suponiendo que I(0)=100, el número de infectados para t=10 días y t=30 días:

¿Os sorprenden las diferencias entre España y Japón ?

Como veréis, el crecimiento exponencial es muy, muy rápido. Los números llegan a ser enormes.

2. NÚMERO REPRODUCTIVO BÁSICO R_0

a está relacionada con el número reproductivo básico R_0 .

Podemos escribir

$$I(t) = I(0)\, e^{c(R_0 - 1)t}$$

c es una constante positiva y R_0 es , en promedio, el número de personas a las que contagia una persona infectada.

Si R_0> 1, el exponente es positivo y la exponencial crece. El número de infectados crece muy rápido.

Si R_0< 1, el exponente es negativo y la exponencial decrece. El número de infectados disminuye. R_0 es el producto de tres factores

$$\mathbf{R_0 = \mu \cdot \tau \cdot D}$$

$\boldsymbol{\mu}$: Número de contactos que una persona infectada tenga al día. Para disminuirlo CONFINAMIENTO. TEST DE DETECCIÓN

$\boldsymbol{\tau}$: Probabilidad de contagiarse en un contacto con un infectado. Para disminuirlo MEDIDAS DE HIGIENE Y MASCARILLAS

D: Número de días que una persona está contagiando. Para disminuirlo CONTROLAR LOS MOVIMIENTOS DE LAS PERSONAS INFECTADAS.

Todo esto es para hacer que R_0 sea <1. Aplanar la curva , de lo que tanto se habla, es disminuir R_0.

Después , con R_0 < 1, disminuirá exponencialmente el número de infectados.

NÚMERO REPRODUCTIVO BÁSICO EN VARIAS AUTONOMÍAS (19-20 DE ABRIL)

R_0	AUTONOMÍA
R_0 = 0,92	Andalucía
R_0 =0,76	Asturias
R_0 = 1,31	Madrid
R_0 = 1,17	Cataluña

https://www.redaccionmedica.com/secciones/ministerio-sanidad/coronavirus-espana-supera-el-objetivo-de-transmision-marcado-por-sanidad-3514

3. NÚMERO MÁXIMO DE INFECTADOS

Si R_0>1, el número de infectados crece hasta llegar a un máximo. Ese máximo vale

$$I_{max} = N(1 - \frac{1 + \ln R_0}{R_0})$$

N: Población

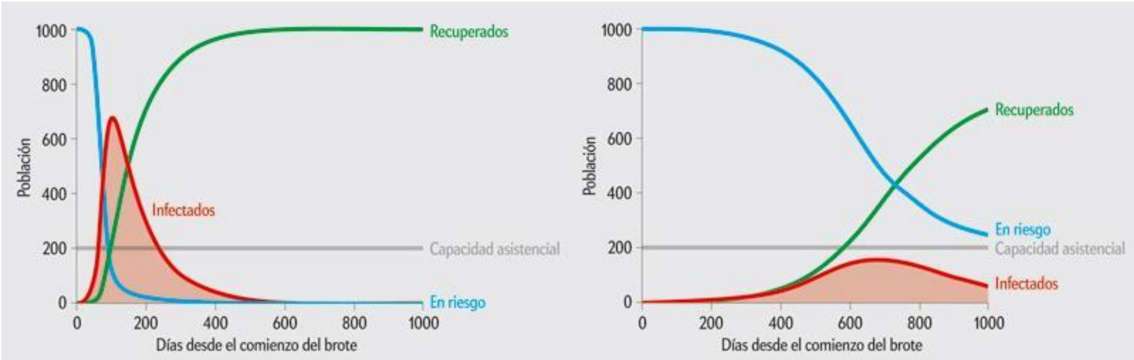
R_0	$(1 - \frac{1 + \ln R_0}{R_0})$	$N(1 - \frac{1 + \ln R_0}{R_0})$
10	66,9%	$45 \cdot 10^6 \cdot 0{,}669$=30,1 millones
3	30,04%	
2		
1,2		

Calcula el valor de I_{max} para diferentes valores de R_0.

Tomemos N población actual de España: 45 millones de habitantes. Calcula también el porcentaje de población infectada. Si R_0 es grande, I_{max} es también muy grande, pudiendo superar toda la capacidad de un sistema sanitario. Por eso, es fundamental que R_0 disminuya.

Al comienzo de la epidemia R_0 en España era > 4. Gracias a las medidas tomadas ha bajado a 0.8 .

https://elpais.com/sociedad/2020/04/28/actualidad/1588071474_165592.html



El Número máximo de infectados I_{max} es el pico de las gráficas rojas anteriores.

La evolución de una epidemia puede seguir pautas muy distintas en función del número básico de reproducción de la enfermedad, R_0. Estas gráficas muestran dos soluciones numéricas de las ecuaciones del modelo SIR para una población de N = 1000 habitantes, con las mismas condiciones iniciales ($I(0)$ = 1, $S(0)$ = 999) pero con valores de R_0 = 10 (*izquierda*) y R_0 = 2 (*derecha*). A medida que la población va infectándose (*rojo*), el número de personas en riesgo (*azul*) disminuye. Tras un retraso debido al tiempo típico de recuperación, la población de recuperados (*verde*) comienza a aumentar. Si la tasa de transmisión del patógeno es grande (*izquierda*), el número máximo de infectados será tan elevado que podrá superar la capacidad asistencial de los servicios sanitarios (*gris,* N = 200 en este ejemplo). En cambio, si se toman medidas que consigan reducir el número básico de reproducción, el crecimiento de la epidemia será menos explosivo y el número máximo de infectados resultará menor, lo que puede evitar el colapso de los hospitales. [DATOS SIMULADOS CORTESÍA DE LOS AUTORES DEL SIGUIENTE ARTÍCULO]

https://www.investigacionyciencia.es/revistas/investigacion-y-ciencia/una-crisis-csmica-798/cmo-modelizar-una-pandemia-18561

Como hemos visto, para bajar R_0 se necesita:

- Confinamiento
- Medidas higiénicas
- Tests de detección y control de la población infectada.

Existe también el concepto de INMUNIDAD DE GRUPO: si hay mucha gente recuperada, los contagios disminuyen porque hay menos gente susceptible de ser infectada. Sin embargo, si no se actúa con las medidas señaladas antes, la INMUNIDAD DE GRUPO solo se consigue cuando ya ha habido muchos infectados y muchas víctimas.

El uso de una VACUNA sirve también para que haya menos gente susceptible de enfermar (los vacunados estarían protegidos). Lamentablemente, hoy no existe esa vacuna.

4. ¿ CÓMO SE PUEDE CALCULAR EL EXPONENTE EN EL MODELO?

Con datos:

$$I(t) = I(0) \cdot \ e^{at}$$

Tomo logaritmos neperianos, la ecuación es lineal:

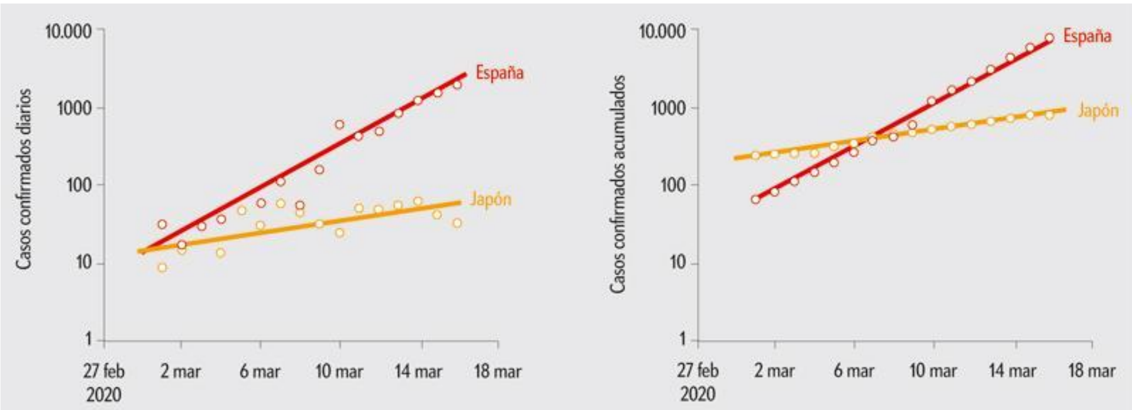
$$\ln I(t) = \ln I(0) + a \cdot \ t$$

En escala semilogarítmica es una recta.

Se ajustan los datos a una recta. Se dibuja la recta que mejor se aproxima a los datos.

Su pendiente es el exponente a que está relacionado con R_0.

$$a = c(R_0 - 1)$$



LA FASE inicial de la propagación de una epidemia queda descrita por un aumento exponencial en el número de casos. Estas gráficas representan, en escala semilogarítmica, la cantidad de infectados confirmados diarios (*izquierda*) y del total acumulado (*derecha*) entre los días 1 y 16 de marzo de 2020 en España (*rojo*) y Japón (*naranja*). Los puntos representan datos reales, mientras que las rectas corresponden al ajuste teórico. Los datos acumulados ($A(t)$, la suma del número de infectados $I(t)$ que se observa cada día), que siempre resultan menos ruidosos que los diarios, se ajustan a la función exponencial $A(t) = (I(0)/a)e^{at}$, la cual tendrá el mismo exponente a que en los datos diarios. En ambas situaciones el crecimiento es efectivamente exponencial, como predice la teoría, aunque las pendientes para España y Japón son muy distintas: 0,32 y 0,085, respectivamente. Dicha diferencia se debe al distinto valor que toma en cada caso el número básico de reproducción, R_0, el cual puede entenderse como la cantidad de contagios que provoca de media cada persona infectada. [FUENTE DE LOS DATOS: CENTRO EUROPEO PARA LA PREVENCIÓN Y EL CONTROL DE ENFERMEDADES,

5. CONCLUSIONES

Las matemáticas usadas en epidemiología nos sirven para saber cómo frenar una epidemia y entender el sentido de las medidas recomendadas.

Las medidas recomendadas por los expertos para disminuir el número de infectados y víctimas suponen un sacrificio grande: no poder salir, no poder trabajar, etc.

PERO sirven para Salvar VIDAS.

Recuerda: TU Sacrificio Salva Vidas

PREGUNTAS:

1.¿Cómo se llama el modelo matemático que describe la propagación de una epidemia?

2. ¿Por qué se llama así?

3. ¿Quiénes fueron sus creadores?

4. Busca información sobre ell@s.

5. ¿Cuál es la función que describe el número de infectados al principio de la epidemia?

6. ¿Por qué piensas que a era menor en Japón que en España?

7. ¿Qué es R_0 ?

8. ¿Por qué es bueno que sea <1?

9. ¿Qué factores determinan ese número?

10. ¿Por qué no podemos salir de casa?

11. ¿Cómo se calcula el número de infectados máximo?

12. ¿Qué pasaría si es mayor que la capacidad del sistema sanitario?